

# 自由度が制限された多指ハンドロボットにおける 対象物運動と内力の選択と制御

長瀬 賢二\*・藤田 健次\*\*

Selection and Control of Object Motion and Internal Force  
for Grasping/Manipulation by Multi-fingered Robot Hands with Constrained DOF

Kenji NAGASE\* and Kenji FUJITA\*\*

This paper is concerned with a control design method for multi-fingered robot hands, whose degrees of freedom (DOF) are not enough to control all of the components of the object motion and the internal force. In the control design of the multi-fingered robot hands, controllers are usually designed for the variables with respect to the object motion and the internal force, under the assumption that the systems have enough DOF to control all the components of them. However, if we consider the systems with fewer DOF, although the control variables directly linked to the components of the object motion and the internal force will be preferable for the grasping/manipulation tasks, control design methodology to meet such requirements has not been established yet. In this paper, we consider the systems whose DOF are not enough to control all of the components of the object motion and the internal force, and propose a control design method whose control variables are directly linked to the components of the object motion and the internal force. The control variables can be specified as functions of the object motion and the internal force directly, and a linearizing compensator for the variables is derived. A numerical example of a robot hand with interlocking joints is shown to prove effectiveness of the proposed method.

**Key Words:** constrained degrees of freedom, object motion and internal force, grasping/manipulation, multi-fingered robot hand, interlocking joint

## 1. 緒 言

近年、人間のような器用な作業の実現を目指し、多指ハンドロボットによる物体の把握・操りの制御に関する研究が盛んに行なわれている。これら多指ハンドロボットの制御に関する研究の多くは、ハンドロボットが十分な数の駆動関節を有しており、対象物運動と内力のすべてが制御できる状況を想定している<sup>1)~6)</sup>。これらの前提条件は、たとえば、Force Closure, Manipulable<sup>1)</sup>など、指先から物体に加えられる力や発生可能な運動の方向に関する条件により、間接的に要求されていることが多い。しかしながら、より安価なハンドロボットによる作業の実現という観点では、作業に応じた最低限の自由度を有するハンドロボットを効率よく利用する状況も想定されるため、関節の自由度がより少ないシステムに対

する制御系設計法の確立も重要と考えられる。

本研究では、上記のような状況を想定し、単純に関節の数が少ない、もしくは、関節が他の関節に連動して動くなど、ハンドロボットの関節の自由度が対象物運動と内力のすべてを制御するのに不十分な状況を考え、その場合における制御系設計法について考える（以降では、上記のような関節を従動関節と呼ぶこととする）。一般に、把握・操り系は、指と対象物の運動方程式と接触状況を表わす拘束条件から構成される。制御系の設計においては、通常、上記 Force Closure や Manipulable などの条件を仮定し、拘束条件を用いて変数の消去を行なうことにより対象物運動と内力に関する新しい運動方程式を導出し、それに基づいて制御系の構成が行なわれる。上記変数消去の手続きは、本研究のように関節数が少ない状況においても、擬似逆行列などを用いることにより形式的には適用可能であるが、残された自由度と対象物運動および内力との対応は一般に明確ではないため、物体の把握・操りの制御に直接用いるのは難しい。

著者ら<sup>7)</sup>は、3次元運動を行なう2指ハンドロボットにおいて、各指の関節の自由度が6より少ない場合において、転がり接触の非ホロノミック性を利用することにより、システムの位置レベルのすべての自由度をレギュレーションするた

\* 和歌山大学システム工学部 和歌山市栄谷 930

\*\* 株式会社京都製作所 京都市伏見区淀美豆町 377-1

\* Faculty of Systems Engineering, Wakayama University, 930 Sakaedani, Wakayama

\*\* Kyoto Seisakusho Company Ltd., 377-1 Yodomizu-cho, Fushimi-ku, Kyoto

(Received June 14, 2010)

(Revised November 26, 2010)





ただし,

$$\mathbf{K}_{A_o^T} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{e}_{31} & \mathbf{e}_{12} \\ \mathbf{e}_{23} & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_{12} \\ -\mathbf{e}_{23} & \mathbf{e}_{31} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{9 \times 3} \quad (7)$$

が広く用いられている<sup>10), 11)</sup>. ここで,  $\mathbf{e}_{ij}$  は指  $i$  の指先から指  $j$  へ向かう単位ベクトルであり,  $f_{N_{ij}}$  は, その指先点間で対向する力の大きさを表わしている (Fig. 2 参照). また, 右辺第 2 項の係数行列  $\mathbf{K}_{A_o^T}$  の各列は,  $\mathbf{A}_o^T$  の零化空間  $\mathcal{N}(\mathbf{A}_o^T)$  を張るベクトルにより構成されている. なお, (4) 式ならびに (2) 式の下側の式を用いれば, (6) 式は,  $\ddot{\mathbf{q}}_o$ ,  $\mathbf{f}_N$  を用いて,

$$\mathbf{F}_F = (\mathbf{A}_o^T)^+ (\mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{q}}_o + \mathbf{N}_o) + \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N \quad (8)$$

のように表現することができる.

把握・操り制御系の典型的なコントローラは以下のように与えられる. (1) 式の時間微分,

$$\mathbf{A}_F \ddot{\mathbf{q}}_F - \mathbf{A}_o \ddot{\mathbf{q}}_o = -\dot{\mathbf{A}}_F \dot{\mathbf{q}}_F + \dot{\mathbf{A}}_o \dot{\mathbf{q}}_o \quad (9)$$

において,  $\mathbf{A}_F \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ , ならびに, 仮定 (A2) に注意すれば,

$$\ddot{\mathbf{q}}_F = \mathbf{A}_F^{-1} (\mathbf{A}_o \ddot{\mathbf{q}}_o - \dot{\mathbf{A}}_F \dot{\mathbf{q}}_F + \dot{\mathbf{A}}_o \dot{\mathbf{q}}_o) \quad (10)$$

を得る. 上式の表現は, 拘束条件を満たす運動の自由度として, 対象物運動  $\ddot{\mathbf{q}}_o$  を選択したことに対応している.

(10), (8) 式を, (2) 式の上側の式へ代入すれば,

$$\widehat{\mathbf{M}}_o \ddot{\mathbf{q}}_o + \widehat{\mathbf{N}}_o = \boldsymbol{\tau}_F - \mathbf{A}_F^T \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N \quad (11)$$

ただし,

$$\widehat{\mathbf{M}}_o = \mathbf{M}_F \mathbf{A}_F^{-1} \mathbf{A}_o + \mathbf{A}_F^T (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{M}_o \in \mathbb{R}^{9 \times 6} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{N}}_o &= \mathbf{N}_F - \mathbf{M}_F \mathbf{A}_F^{-1} \dot{\mathbf{A}}_F \dot{\mathbf{q}}_F \\ &\quad + \mathbf{A}_F^T (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{N}_o + \mathbf{M}_F \mathbf{A}_F^{-1} \dot{\mathbf{A}}_o \dot{\mathbf{q}}_o \in \mathbb{R}^9 \end{aligned} \quad (13)$$

を得る.

制御入力を,

$$\boldsymbol{\tau}_F = \widehat{\mathbf{M}}_o \mathbf{u}_{q_o} + \mathbf{A}_F^T \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{u}_{f_N} + \widehat{\mathbf{N}}_o \quad (14)$$

とし, 上式を (11) 式へ代入すれば,

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{M}}_o & \mathbf{A}_F^T \mathbf{K}_{A_o^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_o - \mathbf{u}_{q_o} \\ \mathbf{f}_N - \mathbf{u}_{f_N} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (15)$$

を得る. したがって, (15) 式左辺の係数行列が正則である限り,  $\mathbf{u}_{q_o}$ ,  $\mathbf{u}_{f_N}$  により, 対象物運動  $\ddot{\mathbf{q}}_o$  と内力  $\mathbf{f}_N$  の運動を直接指定できる.

なお, この場合のシステムの運動の自由度  $\mathbf{q}_o \in \mathbb{R}^6$  は, システムの自由度から接触の拘束の数を引いた数が,  $n_q = (9 + 6) - 9 = 6$  であることにより定まっている. 一方, 内力の自由度  $\mathbf{f}_N \in \mathbb{R}^3$  は, 駆動トルクの数から運動の自由度を引いた数が,  $n_{f_N} = 9 - 6 = 3$  であることにより定まっている.

[注] 上記議論において重要な役割を果たしている条件は,

接触の拘束条件  $\dot{\mathbf{c}} = \mathbf{0}$  が, すべての方向で有効であり, かつ, 関節の自由度がその拘束条件の数より多く存在する点にある.

関節の自由度が拘束条件の数より少ない場合,  $\mathbf{A}_F$  は縦長となり, 行フルランクとはならない. そのため, (10) 式で行なったように, 拘束条件の解の自由度として対象物運動  $\ddot{\mathbf{q}}_o$  のすべてを選ぶことはできない. その場合についても, (9) 式

を  $\begin{bmatrix} \mathbf{A}_F & -\mathbf{A}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_F \\ \ddot{\mathbf{q}}_o \end{bmatrix} = -\dot{\mathbf{A}}_F \dot{\mathbf{q}}_F + \dot{\mathbf{A}}_o \dot{\mathbf{q}}_o$  のように表現し, 左辺の係数行列の擬逆行列を用いることにより, その一般解として (5) 式のような表現を求めることはできるが, その場合の解の自由度  $\ddot{\mathbf{z}}$  と対象物運動  $\ddot{\mathbf{q}}_o$  や関節角  $\ddot{\mathbf{q}}_F$  の関係は一般に不明確であり, その自由度を把握・操り系の制御に直接利用することは難しい.

一方, システムの機構的な制約により, 拘束条件  $\dot{\mathbf{c}} = \mathbf{0}$  がすべての方向で有効でない場合, 対応する拘束力も指先力  $\mathbf{F}_F$  の一部の空間のみに制限される.  $\mathbf{F}_F$  のサイズが 6 より小さくなる場合,  $\mathbf{A}_o^T$  は縦長の行列となり行フルランクとならないため, (4) 式の解が存在しない場合がある. 解が存在する場合においては, (5) 式の表現を得ることは可能であるが, 右辺第 2 項にあたる内力の自由度を, (6) 式のように, 物理的に意味のあるように適切に選択する方法は明らかではない.

### 2.3 従動関節を有する場合の運動方程式

本節では, ハンドロボットの自由度が, 対象物運動と内力のすべてを制御するのに不十分な状況として, 前節で考えたシステムの関節の一部に, 固定もしくは他の関節と連動して動くなどの従動関節が存在する状況を考える. 前述したように, 本研究では, 制御系の設計において, 制御変数を対象物運動と内力の関数として陽に選択することを考えており, 本節ではそのためのシステム表現の導出を行なう.

上記のような従動関節の存在は, 全関節角  $\mathbf{q}_F \in \mathbb{R}^9$  と駆動関節角  $\mathbf{q}_f \in \mathbb{R}^{9-l}$  ( $l$  は従動関節の数) の関係より, 適当な係数行列  $\mathbf{A}_f(\mathbf{q}_f) \in \mathbb{R}^{9 \times (9-l)}$  を用い,

$$\dot{\mathbf{q}}_F = \mathbf{A}_f \dot{\mathbf{q}}_f \quad (16)$$

などと表現することができる (後述の例, (20) 式参照).  $\mathbf{A}_f$  の各列は, 対応する駆動関節の運動が全関節の運動にどのように寄与するかを表わしている. 以降では,  $\mathbf{q}_f$  の運動に冗長性がない状況を想定し,  $\mathbf{A}_f$  は列フルランクとする. 関係式 (16) は, 全関節角  $\mathbf{q}_F$  に関する拘束

$$\mathbf{K}_{A_f} \dot{\mathbf{q}}_F = \mathbf{0} \quad (17)$$

の一般解と解釈することもできる. ただし,  $\mathbf{K}_{A_f} \in \mathbb{R}^{l \times 9}$  は,  $\mathbf{K}_{A_f}^T$  の各列が  $\mathbf{A}_f^T$  の零化空間を張る行列であり,  $\mathbf{K}_{A_f} \mathbf{A}_f = \mathbf{0}$  を満たすものとする. いい換えれば, (16) 式に対応する, 関節の拘束は (17) 式である.

関節の拘束式 (17) に対応する拘束力を  $\boldsymbol{\lambda}_f \in \mathbb{R}^l$  とすると, 運動方程式 (2) において,  $\boldsymbol{\lambda}_f$  により座標系  $\mathbf{q}_F$  に作用する力 (一般化力) は,

$$-\mathbf{K}_{A_f}^T \boldsymbol{\lambda}_f \quad (18)$$

と表わすことができる。また、全関節トルク  $\tau_F$  は、駆動関節への入力トルク  $\tau_f$ 、ならびに、駆動トルクの入力位置を表わす定数行列  $E_f \in \mathbb{R}^{9 \times (9-l)}$  を用いて、

$$\tau_F = E_f \tau_f \quad (19)$$

と表わすことができる。なお、駆動トルクと全トルクの間を表現する上記  $E_f$  と駆動関節と全関節の関係を表現する  $A_f$  ((16)式)は、互いに密接に関連しており、その積  $A_f^T E_f$  は一般に正則となる。このことは、たとえば、全関節  $q_F = [q_{F1} \ q_{F2} \ q_{F3}]^T$  に対し、駆動関節を  $q_f = [q_{F1} \ q_{F2}]^T$  とし、 $q_{F3}$  が  $q_{F1}$  と一定比  $k$  倍で連動して動く ( $q_{F3} = k q_{F1}$ ) とすれば ( $\tau_F = [\tau_{F1} \ \tau_{F2} \ \tau_{F3}]^T$ ,  $\tau_f = [\tau_{F1} \ \tau_{F2}]^T$ ),

$$A_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ k & 0 \end{bmatrix}, \quad E_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

より、 $A_f^T E_f = I_2$  となることから確認できる ( $A_f$  の各列が、その駆動関節に対応する関節の行で1、他の駆動関節に対応する関節の行で0となること、ならびに、 $E_f$  の各列が、その駆動トルクが加わる関節の行でのみ1となることから、 $A_f^T E_f$  の各行は非零の要素を1つもち、その位置は互いに異なることに注意)。

接触の拘束式 (1) に加え、関節の拘束式 (17) を考える場合、両者は重複する可能性があるため、その中から独立な拘束を抽出する必要がある (従動関節の存在に起因する機構的な制約により、接触の拘束の一部が有効でなくなる場合に相当)。ここでは、接触の拘束式 (1) から関節の拘束式 (17) に独立な成分を抽出することでそれを行なう。以降では、関節の拘束に独立な接触の拘束の数を  $m$  とする。なお、関節の拘束に独立な接触の拘束の数は、すべての関節が固定されている場合において最小となり、その数は対象物運動を拘束する自由度6と等しい。したがって、 $m \geq 6$  である。

(1) 式の左から適当な正則行列  $Q(q_F, q_o) \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  を掛けると、対応する拘束条件は、

$$Q \begin{bmatrix} A_F & -A_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_F \\ \dot{q}_o \end{bmatrix} = 0 \quad (21)$$

となる。(21) 式に対応する拘束力を  $\tilde{F}_F \in \mathbb{R}^9$  とすれば、運動方程式 (2) において、 $\tilde{F}_F$  により座標系  $[q_F^T \ q_o^T]^T$  に加わる力は、

$$\begin{bmatrix} -A_F^T \\ A_o^T \end{bmatrix} Q^T \tilde{F}_F \quad (22)$$

と表わされる。(22) 式と (2) 式中の拘束力の項との比較より、

$$F_F = Q^T \tilde{F}_F \quad (23)$$

の関係が成立する。

関節の拘束に独立な接触の拘束の抽出を行なうため、(21) 式に関節の拘束を代入し、 $Q$  として、その係数行列の掃き出

しを行なう、すなわち、

$$\begin{aligned} 0 &= \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_F A_f & -A_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_f \\ \dot{q}_o \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Q_1 A_F A_f & -Q_1 A_o \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_f \\ \dot{q}_o \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

とするものを選ぶ。ただし、 $Q$  を独立な拘束の数に対応し、 $Q = [Q_1^T \ Q_2^T]^T$  ( $Q_1 \in \mathbb{R}^{m \times 9}$ ,  $Q_2 \in \mathbb{R}^{(9-m) \times 9}$ ) のように分割している。(24) 式より、関節の拘束に独立な接触の拘束は、(21) 式の上側  $m$  本、すなわち、

$$Q_1 \begin{bmatrix} A_F & -A_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_F \\ \dot{q}_o \end{bmatrix} = 0 \quad (25)$$

である。(25) 式に対応する拘束力を  $F_f \in \mathbb{R}^m$  とすると、 $F_f$  により座標系  $[q_F^T \ q_o^T]^T$  に加わる力は

$$\begin{bmatrix} -A_F^T \\ A_o^T \end{bmatrix} Q_1^T F_f = \begin{bmatrix} -A_F^T \\ A_o^T \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} F_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

となる。(26) 式右辺と (22) 式の比較より、(21) 式の上側  $m$  本のみを拘束条件として考えることは、(21) 式に対する拘束力  $\tilde{F}_F$  を、

$$\tilde{F}_F = \begin{bmatrix} F_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

のように制限することに対応することがわかる。(27) 式を (23) 式に代入すれば、

$$F_F = Q^T \begin{bmatrix} F_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

を得る。

$Q$  の決定方法としてはさまざまなものが考えられるが、本研究では特に、(24) 式の第1式の係数行列の特異値分解

$$\begin{bmatrix} A_F A_f & -A_o \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T \quad (29)$$

の構成行列  $U$  を用いて、 $Q = U^T$  により与えることを考える。ここで、 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$  は、左辺の行列の特異値からなる対角行列であり、また、 $U \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ ,  $V \in \mathbb{R}^{(15-l) \times (15-l)}$  は、直交行列に選べるということが知られている<sup>9), 12)</sup>。 $Q = U^T$  により、(24) 式の係数行列の下側が0となることは、(29) 式の左から  $Q = U^T$  をかけることで容易に確認できる。

以上より、システムの拘束条件は、(17), (25) 式であり、システムの運動方程式は、(2) 式において、関節の拘束に起因する拘束力である (18) 式を付加するとともに、接触に起因する拘束力を (26) 式で、また、関節駆動トルク  $\tau_F$  を (19) 式で置き換えた

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_F & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_F \\ \ddot{q}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_F \\ N_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_f \\ 0 \end{bmatrix} \tau_f \\ &+ \begin{bmatrix} -A_F^T \\ A_o^T \end{bmatrix} Q^T \begin{bmatrix} F_f \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_{A_f}^T \\ 0 \end{bmatrix} \lambda_f \end{aligned} \quad (30)$$

となる。

### 3. 制御系の設計

この場合の運動の自由度  $n_q$  は、システムの自由度  $9+6$  から独立な拘束条件の数、すなわち、関節の拘束の数  $l$  と関節の拘束に独立な接触の拘束の数  $m$  を引いた、 $n_q = 15 - (m+l)$  である。一方、内力の自由度  $n_{f_N}$  は、駆動関節への入力トルクの数  $9-l$  から運動の自由度  $n_q$  を引いた、 $n_{f_N} = (9-l) - \{15 - (m+l)\} = m-6$  である。本章では、これらの自由度分の制御変数を、対象物運動と内力の関数として陽に指定した制御系の構成を行なう。

#### 3.1 システム表現

はじめに、運動方程式 (30) の運動変数を、全関節角  $\mathbf{q}_F$  から駆動関節角  $\mathbf{q}_f$  へ変更するとともに、制御に無関係な従動関節の存在に起因する拘束力  $\lambda_f$  の消去を行なう。(30) 式に、(16) 式の時間微分を代入し、左側から  $\text{block diag}(\mathbf{A}_f^T, \mathbf{I}_6)$  をかけ、 $\mathbf{K}_{A_f} \mathbf{A}_f = \mathbf{0}$  に注意すれば、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_f \\ \ddot{\mathbf{q}}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_f \\ \mathbf{N}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f^T \mathbf{E}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_f + \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_F^T \\ \mathbf{A}_o^T \end{bmatrix} \mathbf{Q}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (31)$$

ただし、

$$\mathbf{M}_f = \mathbf{A}_f^T \mathbf{M}_F \mathbf{A}_f \in \mathbb{R}^{(9-l) \times (9-l)} \quad (32)$$

$$\mathbf{N}_f = \mathbf{A}_f^T \mathbf{M}_F \dot{\mathbf{A}}_f \dot{\mathbf{q}}_f + \mathbf{A}_f^T \mathbf{N}_F \in \mathbb{R}^{9-l} \quad (33)$$

を得る。

つぎに、(31) 式を内力  $\mathbf{f}_N$  を用いて表現することを考える。前節で述べたように、従動関節を有するシステムの接触に起因する拘束力は  $\mathbf{F}_f$  である。 $\mathbf{F}_f$  は冗長性のない拘束力の表現という観点では好ましいが、一般に  $\mathbf{F}_f$  と操り力や内力との関係は明確ではない。一方、2.2 節で述べたように、従動関節のない場合の拘束力である指先力  $\mathbf{F}_F$  に関しては、操り力と内力との関係が明らかにされている。本研究では、接触に起因する拘束力を操り力と内力を用いて表現するため、拘束力としてあえて冗長な  $\mathbf{F}_F$  を利用し、 $\mathbf{F}_f$  を  $\mathbf{F}_F$  と拘束条件により表わしたシステム表現を導入する。

(28) 式の左から、 $\mathbf{Q}^{-T}$  をかけ、 $\mathbf{Q}$  が直交行列であることに注意すると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{-T} \mathbf{F}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \mathbf{F}_F \\ \mathbf{Q}_2 \mathbf{F}_F \end{bmatrix} \quad (34)$$

である。 $\mathbf{F}_f \in \mathbb{R}^m$  の代わりに、 $\mathbf{F}_F \in \mathbb{R}^9$  を用いる場合に必要となる拘束は、上式の下側の式により与えられる (拘束式の数  $9-m \leq 3$ )。その式は、(6) 式、ならびに、(24) 式の第 1 式と第 2 式の関係より  $\mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_o = \mathbf{0}$  であることに注意すれば、

$$\mathbf{0} = \mathbf{Q}_2 \mathbf{F}_F = \mathbf{Q}_2 \left( (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{F}_o + \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N \right)$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_o (\mathbf{A}_o^T \mathbf{A}_o)^{-1} \mathbf{F}_o + \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N \\ &= \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N \end{aligned} \quad (35)$$

のように変形できる。(35) 式より、 $\mathbf{F}_F$  への拘束が、内力  $\mathbf{f}_N$  への制約となっていることがわかる。なお、 $\mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_o = \mathbf{0}$  より、 $\mathbf{Q}_2^T$  の列は  $\mathbf{A}_o^T$  の零化空間内のベクトルであり、また、 $\mathbf{K}_{A_o^T}$  の各列が  $\mathbf{A}_o^T$  の零化空間を張ることに注意すれば、 $\mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_{A_o^T} \in \mathbb{R}^{(9-m) \times 3}$  が行フルランクであることを示すことができる (付録 A 参照)。いい換えれば、(35) 式の拘束はすべて独立である。

(28) 式を (31) 式に代入し、さらに、(31) 式の下側の式と (4)、(6) 式より得られる (8) 式を、(31) 式の上側の式に代入し  $\mathbf{F}_F$  を消去すれば、システムの運動は、

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_f \\ \ddot{\mathbf{q}}_o \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} + \mathbf{N} = \mathbf{A}_f^T \mathbf{E}_f \boldsymbol{\tau}_f \quad (36)$$

ただし、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_f & \mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_F^T (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{M}_o & \mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_F^T \mathbf{K}_{A_o^T} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_f + \mathbf{A}_f^T \mathbf{A}_F^T (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{N}_o \quad (38)$$

により表わされる ( $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(9-l) \times (18-l)}$ ,  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{9-l}$ )。 (36) 式の運動の変数は、 $\ddot{\mathbf{q}}_f$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_o$ ,  $\mathbf{f}_N$  であり、また、これらの変数に対する拘束条件は、(24) 式の上側の式、ならびに、(35) 式、すなわち、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_F \mathbf{A}_f & -\mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_f \\ \dot{\mathbf{q}}_o \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (39)$$

$$\mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_{A_o^T} \mathbf{f}_N = \mathbf{0} \quad (40)$$

である。

(36) 式、および、(39)、(40) 式によるシステムの表現は、対象物運動と内力の成分を陽に含んでおり、物体の把握・操りの制御に適したものとなっている。

#### 3.2 制御変数の選択

システムの自由度は、拘束条件である (39)、(40) 式の解の自由度に等しく、その解は、2.2.2 節の注で述べたような、変数の係数行列の疑似逆行列などを用いて表わされることが多い。システムの運動は、その解を (36) 式へ代入することにより決定することができるが、その場合、一般に解に含まれる自由度と実際の物理量との関係が明確でない。本研究では、制御したい運動の変数  $\mathbf{t}_q \in \mathbb{R}^{n_q}$  ( $n_q = 15 - (m+l)$ )、ならびに、制御したい内力の変数  $\mathbf{t}_{f_N} \in \mathbb{R}^{n_{f_N}}$  ( $n_{f_N} = m-6$ ) を、対象物運動や内力の関数として、

$$\dot{\mathbf{t}}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{q_f} & \mathbf{S}_{q_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_f \\ \dot{\mathbf{q}}_o \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{t}_{f_N} = \mathbf{S}_{f_N} \mathbf{f}_N \quad (42)$$

( $\mathbf{S}_{q_f}(\mathbf{q}_f, \mathbf{q}_o) \in \mathbb{R}^{n_q \times (9-l)}$ ,  $\mathbf{S}_{q_o}(\mathbf{q}_f, \mathbf{q}_o) \in \mathbb{R}^{n_q \times 6}$ ,  $\mathbf{S}_{f_N}(\mathbf{q}_f, \mathbf{q}_o) \in \mathbb{R}^{n_{f_N} \times 3}$ ) のように陽に与えることを考える。



なお、ここでは議論の一般性のため、 $\dot{\mathbf{t}}_q$  を、対象物運動  $\dot{\mathbf{q}}_o$  に加え、駆動関節  $\dot{\mathbf{q}}_f$  の関数としても表現している。システムの自由度をすべて制御するためには、各制御変数を独立に選ぶ必要があるため、以降では、(41), (42) 式右辺の係数行列は、行フルランクと仮定する。(41), (42) 式は、制御変数の選択に起因する、システムに対する新しい拘束とみなすことができる。

上記制御変数の選択は完全に自由に行なえるものではなく、 $\dot{\mathbf{t}}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を任意の値に指定できるためには、それらがシステムの拘束に矛盾しないように選択されている必要がある。いい換えれば、拘束条件式 (39), (40) の一般解は、 $\dot{\mathbf{t}}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を任意定数として表現できる必要がある。(39), (40) 式の一般解を、任意定数  $\dot{\mathbf{t}}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を用いて表現できるための必要十分条件は、(39), (40) 式に、(41), (42) 式をそれぞれ並べた、連立 1 次方程式、

$$\mathbf{A}_q \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_f \\ \dot{\mathbf{q}}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{t}}_q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_F \mathbf{A}_f & -\mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_o \\ \mathbf{S}_{qf} & \mathbf{S}_{qo} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{A}_{fN} \mathbf{f}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t}_{fN} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{fN} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 \mathbf{K} \mathbf{A}_o^T \\ \mathbf{S}_{fN} \end{bmatrix} \quad (44)$$

の係数行列  $\mathbf{A}_q \in \mathbb{R}^{(15-l) \times (15-l)}$ ,  $\mathbf{A}_{fN} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  の正則性により表わすことができる。実際、 $\mathbf{A}_q$ ,  $\mathbf{A}_{fN}$  が正則である場合、その逆行列により (43), (44) 式の解  $[\dot{\mathbf{q}}_f^T \ \dot{\mathbf{q}}_o^T]^T$ ,  $\mathbf{f}_N$  が求まり、その解は、任意定数  $\dot{\mathbf{t}}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を含む (39), (40) 式の一般解である ((43), (44) 式は拘束条件を含んでいることに注意)。逆に、 $\mathbf{A}_q$ ,  $\mathbf{A}_{fN}$  が正則でない場合、係数行列と拡大係数行列のランクが等しくならないような、すなわち、(43), (44) 式が解をもたないような  $\dot{\mathbf{t}}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を選ぶことができる (各行列の上側と下側のブロック行列は、それぞれ行フルランクであることに注意)。 $\mathbf{A}_q$ ,  $\mathbf{A}_{fN}$  が正則でない場合、拘束条件に矛盾しない制御変数に任意の値を指定することは物理的に不可能であり、後述の線形化補償器を構成することはできない。その場合、上記行列が正則となるように、目標軌道の変更や、制御変数、ハンドの機構の見直しを行なう必要がある。以降では、制御変数はシステムの拘束に対し矛盾なく選ばれているものとし、 $\mathbf{A}_q$ ,  $\mathbf{A}_{fN}$  は正則とする。

(43) 式の時間微分、および、(44) 式をまとめれば、システムの拘束は、

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_f \\ \ddot{\mathbf{q}}_o \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} = \mathbf{E} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{t}}_q \\ \mathbf{t}_{fN} \end{bmatrix} + \mathbf{B} \quad (45)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_q & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{fN} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(18-l) \times (18-l)} \quad (46)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n_q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_{fN}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(18-l) \times (9-l)} \quad (47)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{d}{dt}(\mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_F \mathbf{A}_f) \dot{\mathbf{q}}_f + \frac{d}{dt}(\mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_o) \dot{\mathbf{q}}_o \\ -\dot{\mathbf{S}}_{qf} \dot{\mathbf{q}}_f - \dot{\mathbf{S}}_{qo} \dot{\mathbf{q}}_o \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (48)$$

( $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{18-l}$ ) となる。(46) 式からわかるように、 $\mathbf{A}_q$ ,  $\mathbf{A}_{fN}$  の正則性により、 $\mathbf{A}$  の正則性が保証されることに注意する。

### 3.3 線形化補償器の設計

前節までの議論により、システムの運動は、運動方程式 (36) ならびに拘束条件式 (45) により定まる。コントローラの設計方法としてはさまざまなものが考えられるが、ここでは、上記システム表現に基づく制御系設計の第一段階として、最も単純な線形化補償器を用いることを考える。

(45) 式の左から  $\mathbf{A}^{-1}$  を掛け、(36) 式に代入すれば、

$$\mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{t}}_q \\ \mathbf{t}_{fN} \end{bmatrix} + \mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{N} = \mathbf{A}_f^T \mathbf{E}_f \boldsymbol{\tau}_f \quad (49)$$

を得る。(49) 式に対し、制御入力

$$\boldsymbol{\tau}_f = (\mathbf{A}_f^T \mathbf{E}_f)^{-1} \times \left( \mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_q \\ \mathbf{u}_{fN} \end{bmatrix} + \mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{N} \right) \quad (50)$$

を適用すれば、閉ループ系は

$$\mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{t}}_q - \mathbf{u}_q \\ \mathbf{t}_{fN} - \mathbf{u}_{fN} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (51)$$

となる。したがって、左辺の係数行列  $\mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \in \mathbb{R}^{(9-l) \times (9-l)}$  が正則である限り、 $\ddot{\mathbf{t}}_q - \mathbf{u}_q = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{t}_{fN} - \mathbf{u}_{fN} = \mathbf{0}$  であり、 $\mathbf{u}_q$ ,  $\mathbf{u}_{fN}$  に対し、

$$\mathbf{u}_q = \ddot{\mathbf{t}}_{qd} - \mathbf{K}_{\dot{\mathbf{t}}_q}(\dot{\mathbf{t}}_q - \dot{\mathbf{t}}_{qd}) - \mathbf{K}_{\mathbf{t}_q}(\mathbf{t}_q - \mathbf{t}_{qd}) \quad (52)$$

$$\mathbf{u}_{fN} = \mathbf{t}_{fNd} - \mathbf{K}_{\mathbf{t}_{fN}} \int_0^t (\mathbf{t}_{fN} - \mathbf{t}_{fNd}) d\tau \quad (53)$$

などの適当なフィードバック制御を施せば、運動変数と内力に関する制御変数  $\mathbf{t}_q$ ,  $\mathbf{t}_{fN}$  を、目標軌道  $\mathbf{t}_{qd}$ ,  $\mathbf{t}_{fNd}$  に追従させることができる。ただし、 $\mathbf{K}_{\dot{\mathbf{t}}_q}$ ,  $\mathbf{K}_{\mathbf{t}_q} > \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ ,  $\mathbf{K}_{\mathbf{t}_{fN}} > \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n_{fN} \times n_{fN}}$  は、適当なゲイン行列である。

なお、(4), (6) 式、および、(42) 式より

$$\mathbf{t}_{fN} = \mathbf{S}_{fN} (\mathbf{K}_{A_o^T})^+ \left( \mathbf{I}_9 - (\mathbf{A}_o^T)^+ \mathbf{A}_o^T \right) \mathbf{F}_F \quad (54)$$

であるので、(53) 式中の  $\mathbf{t}_{fN}$  は、指先力  $\mathbf{F}_F$  の観測により計算できる ( $\mathbf{K}_{\mathbf{t}_{fN}} = \mathbf{0}$ , すなわち、内力に関する制御をフィードフォワード制御とすることを許容すれば、 $\mathbf{F}_F$  の観測は不要となる<sup>1)</sup>)。また、(37), (32) 式、ならびに、(47) 式からわかるように、 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(9-l) \times (18-l)}$ ,  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{(18-l) \times (9-l)}$  は、それぞれ、行フルランク、および、列フルランクであるので、(51) 式の係数行列  $\mathbf{M} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \in \mathbb{R}^{(9-l) \times (9-l)}$  が正則でなくなる状況は、フルランクな行列の積により生じるランク落ちのみであり、実用上多くの場合正則となるものと期待できる。

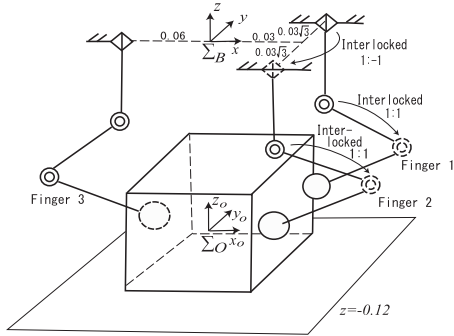


Fig. 3 Schematic figure of numerical simulation

Table 1 Physical parameters

Links ( $i = 1, 2, 3$ (finger), $j = 1, 2, 3$ (joint))	
Length [m]	$l_{ij} = 0.05$
Mass [kg]	$m_{ij} = 0.01$
Moment of Inertia [kgm <sup>2</sup> ]	$I_{ij} = 2.08 \times 10^{-6}$
Radius of Fingertip [m]	$r_i = 0.01$
Object	
Length of Edges [m]	$W \times H \times D = 0.04 \times 0.04 \times 0.04$
Mass [kg]	$m_o = 0.1$
Moment of Inertia [kgm <sup>2</sup> ]	$I_{ox} = I_{oy} = I_{oz} = 2.67 \times 10^{-5}$

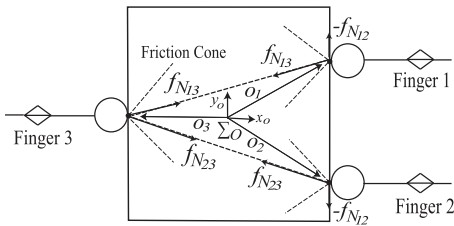


Fig. 4 Direction of internal force

#### 4. シミュレーション

##### 4.1 シミュレーションの概要

手法の有効性の確認のため、Fig. 3 に示すような、各指が 3 関節を有する 3 指ハンドロボットを考える。各指は指 3 に対し指 1, 2 が対向するように配置されている。指先には半径  $r_i = 0.01$  m の球が取り付けられており、指と対象物間の接触は点接触で、接触の状態は、滑りのない摩擦有転がり接触<sup>1), 2)</sup>とする。指と対象物の物理パラメータを、Table 1 に示す。物体の姿勢  $\phi_o$  の記述には、 $\Sigma_B$  の座標軸回りの回転角、ロール ( $\phi_{ox}$ )、ピッチ ( $\phi_{oy}$ )、ヨー ( $\phi_{oz}$ ) 角を用いる<sup>1)</sup>。

シミュレーションにおいては、初期状態において、 $q_o^0 = [(p_o^0)^T (\phi_o^0)^T]^T = [-0.01 \ 0 \ -0.06 \ \text{m} \ -0.1 \ -0.2 \ 0 \ \text{rad}]^T$  にある対象物を、 $z = -0.12$  m の高さにある水平面上へ設置する作業を考える。接触点位置は、初期状態において、指先の配置が対象物の中心面で二等辺三角形となるように、対象物座標系からみて  ${}^o\mathbf{o}_1^0 = [0.02 \ 0.015 \ 0]^T$  m,  ${}^o\mathbf{o}_2^0 = [0.02 \ -0.015 \ 0]^T$  m,  ${}^o\mathbf{o}_3^0 = [-0.02 \ 0 \ 0]^T$  m に選んだ (Fig. 4 参照)。物体の水平面内の位置  $x_o$ ,  $y_o$  と  $z$  軸回りの姿勢  $\phi_{oz}$  は特に指定されていないとすれば、水平面に物体を設置するためには、物体の

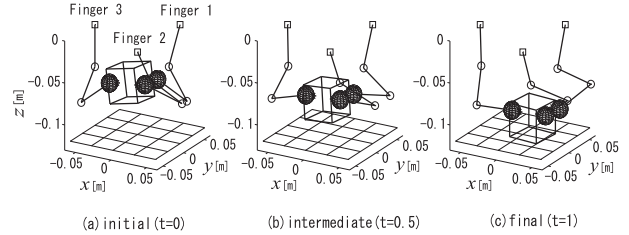


Fig. 5 Transition of configuration

高さ  $z_o$  と水平面に対する  $x$ ,  $y$  軸回りの姿勢  $\phi_{ox}$ ,  $\phi_{oy}$  のみを制御すればよい。運動に必要な自由度は 3 であるので、本シミュレーションでは、3 つの従動関節 ( $l = 3$ ) を設定することを考え、従動関節として、指 1 と指 2 の第 1 関節が 1:-1 で連動 ( $\dot{\theta}_{F11} = -\dot{\theta}_{F21}$ ) し、かつ、指 1 ならびに指 2 の第 2, 第 3 関節が関節が 1:1 で連動 ( $\dot{\theta}_{F12} = \dot{\theta}_{F13}$ ,  $\dot{\theta}_{F22} = \dot{\theta}_{F23}$ ) するものを選んだ (Fig. 3 参照)。

この場合、従動関節の拘束に独立な接触の拘束の数を表わす、(29) 式の左辺の行列のランクは  $m = 9$  であり、内力の拘束式 (40) は存在しなかった。そこで、運動の制御変数を  $\mathbf{t}_q = [z_o \ \phi_{ox} \ \phi_{oy}]^T$ , 内力の制御変数を  $\mathbf{t}_{fN} = [f_{N23} \ f_{N31} \ f_{N12}]^T$  と選択した。また、その目標値は、 $\mathbf{t}_{qd} = [-0.06 \ -0.1 \ -0.2]^T \rightarrow [-0.1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{t}_{fNd} = [1 \ 1 \ -0.5]^T \rightarrow [2 \ 3 \ -0.5]^T$  間をシグモイド関数で滑らかに補間したもので与えた。なお、内力の目標値において、指 1, 2 間の内力  $f_{N12}$  の目標値を負 (指先点間外向き) としたのは、指 1, 2 と指 3 間の内力  $f_{N23}$ ,  $f_{N31}$  が、指 1, 2 間の内向き方向に成分をもつことを考慮している (Fig. 4 参照)。制御入力式 (52), (53) の各ゲインは、 $\mathbf{K}_{i_q} = \text{diag}(10, 10, 10)$ ,  $\mathbf{K}_{t_q} = \text{diag}(100, 100, 100)$ , および、 $\mathbf{K}_{t_{fN}} = \text{diag}(10, 10, 10)$  とした。

シミュレーションにおけるシステムの挙動は、運動方程式 (30) に、(17) 式、(25) 式の時間微分より得られる加速度レベルの拘束式を連立し、それらを  $\ddot{\mathbf{q}}_F$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_o$ ,  $\mathbf{F}_f$ ,  $\boldsymbol{\lambda}_f$  に関して解くことで決定した。また、コントローラに関しては、実装を考慮し、離散時間系、すなわち、(50) 式の入力トルク  $\boldsymbol{\tau}_f$  をサンプリング時刻 0.001 s ごとに更新を行ない、その間を一定値で補間 (ゼロ次ホールド) したものをを用いた。その際、(48) 式の  $\mathbf{B}$  の第 1 行ブロック内の行列の時間微分は、本シミュレーションにおいて (29) 式の特異値分解を解析的に求めることは容易ではなかったため、特異値分解の数値解析より数値的に求まる  $\mathbf{Q}$  の値を用い、サンプリング時刻ごとに各要素で 1 階の後退差分 (初期値 0) を計算することで、近似的に与えた。なお、本シミュレーションにおいては、(51) 式左辺の係数行列は、すべての計算時刻において正則であった。

##### 4.2 シミュレーション結果

シミュレーションの経過を Fig. 5 に示す。初期状態 (a) ( $t = 0$  sec) より対象物の移動を開始し、中間状態 (b) ( $t = 0.5$  sec) を経て、最終状態 (c) ( $t = 1$  s) において物体の設置を完了している。また、このときの、指先と対象物上の接触点の移動のようすを Fig. 6 に、ロボットの全関節



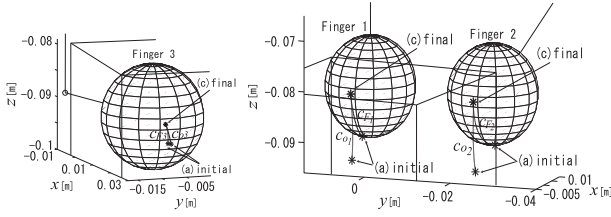
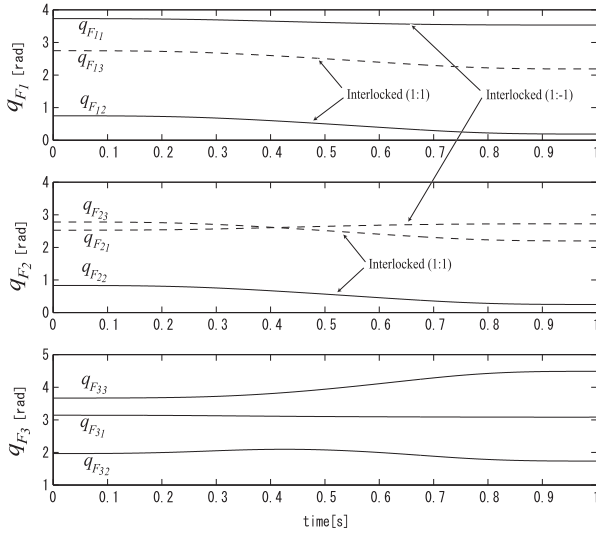
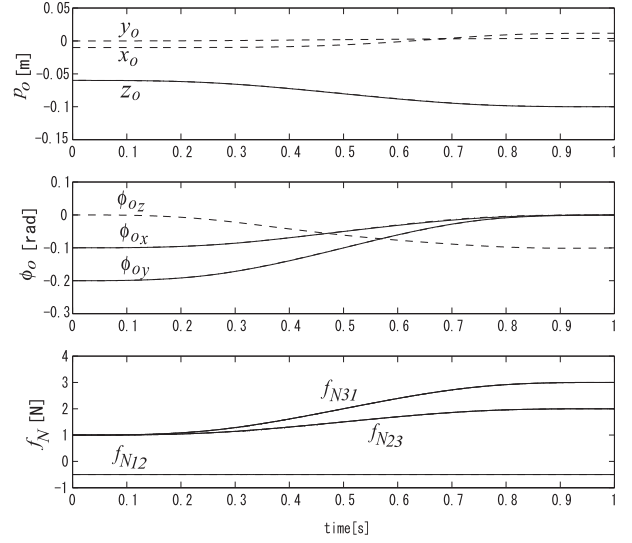
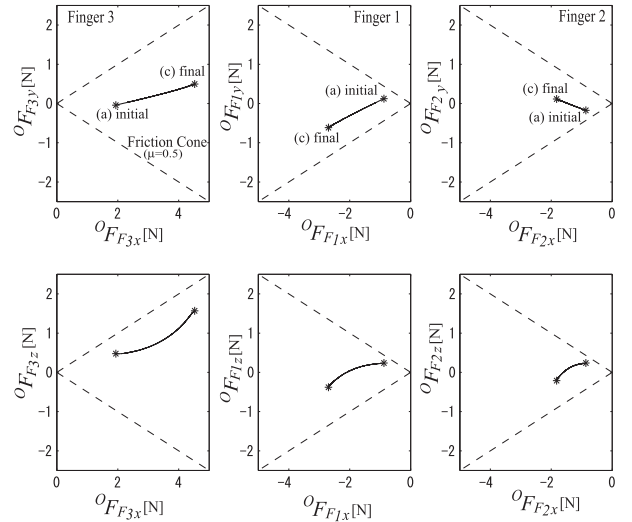


Fig. 6 Trajectory of contact points

Fig. 7 Time history of joint angle  $q_F$ 

角  $q_F$  の時間応答を Fig. 7 に示す。Fig. 6 は、最終状態における指先付近のようすを拡大し対象物側からみたものであり、実線により、初期状態から最終状態までの指先と対象物上の接触点の移動の軌跡が示してある。また、Fig. 7 は、上段より、指 1, 2, 3 の関節角  $q_{F_i}$  であり、実線により駆動関節、破線により従動関節の応答が示してある。両図より、システムの運動が、与えられた拘束（接触の拘束と関節の拘束）のもとで実現されているのが確認できる。

対象物運動と内力の時間応答を、Fig. 8 に示す。図上段より、対象物の位置  $p_o = [x_o \ y_o \ z_o]^T$ 、姿勢  $\phi_o = [\phi_{ox} \ \phi_{oy} \ \phi_{oz}]^T$ 、ならびに、内力  $f_N = [f_{N23} \ f_{N31} \ f_{N12}]^T$  が示してある。実線が制御変数  $t_q = [z_o \ \phi_{ox} \ \phi_{oy}]^T$ 、 $t_{f_N} = [f_{N23} \ f_{N31} \ f_{N12}]^T$ 、破線はそれ以外の従属変数の応答であり、一点鎖線により制御変数の目標値が示してある。実線と一点鎖線はほぼ一致しており、選択した制御変数が目標軌道に従って制御されていることが確認できる。指先力の拘束式 (3) を確認するため、対象物座標系  $\Sigma_o$  でみた指先力  ${}^oF_F$  を Fig. 9 に示す。図左より、指 3 ならびに指 1, 2 の指先力であり、それぞれ、上段が対象物を上から ( $z_o$  方向から) みた場合、下段が横から ( $-y_o$  方向から) みた場合の図である。また、破線により、摩擦係数を  $\mu = 0.5$  とした場合の摩擦円錐が示してある。図より、指先力が常に摩擦円錐内に制御されていることが確認できる。

Fig. 8 Time history of object motion  $q_o$  & internal force  $f_N$ Fig. 9 Trajectory of Fingertip Force  ${}^oF_F$ 

## 5. 結 言

本研究では、関節の自由度が対象物運動と内力のすべてを制御するのに不十分な状況において、制御変数と対象物運動、内力が明確に対応した制御系設計法について考えた。提案手法の基本的なアイデアは、従動関節を有する実際のシステムに対して接触の拘束を付加した状況を直接考えるのではなく、対象物運動と内力との関係が明らかにされている、関節の自由度に制限のない冗長なシステムを仮想的に考え、接触の拘束に加えて従動関節の拘束を付加した定式化を行なうことにより、得られた変数間の対応関係を制御系の設計に利用するというものである。導出されるシステム表現は、対象物運動と内力に関する変数を陽に含んでおり、制御変数はそのシステムに対する新しい拘束条件として、関節角、対象物運動、内力の関数を選択することにより陽に指定することができる。制御変数の軌道追従は、上記システム表現に対し、単純な線

形化補償器を設計することなどで容易に実現できる。提案手法は、その制御変数を対象物運動と内力の関数として陽に指定できるため、物体の設置・運搬など、物体の把握・操りの制御へ直接適応が可能である。手法の有効性は、関節の一部に従動関節を有するハンドロボットを用いたシミュレーションにより検証した。

本研究では、関節の機構が事前に与えられている状況で、制御変数の選択方法とその制御手法について考えた。指定した制御変数から必要な関節の機構を定めるなど、本手法のアイデアをハンドロボットの機構の設計問題へ展開することが今後の課題である。

#### 参 考 文 献

- 1) R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press, 19/34, 211/315 (1994)
- 2) 吉川恒夫：把持と操りの基礎理論 3. 制御：日本ロボット学会誌, **14**-4, 505/511 (1996)
- 3) Z. Li, P. Hsu and S. Sastry: Grasping and Coordinated Manipulation by a Multifingered Robot Hand, *The International Journal of Robotics Research*, **8**-4, 33/50 (1989)
- 4) A.B.A. Cole, J.E. Hauser and S.S. Sastry: Kinematics and Control of Multifingered Hands with Rolling Contact, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **34**-4, 398/404 (1989)
- 5) N. Sarkar, X. Yun and V. Kumar: Dynamic Control of 3-D Rolling Contacts in Two-Arm Manipulation, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **13**-3, 364/376 (1997)
- 6) 中島, 長瀬, 早川：2 指ハンドによる転がり接触を用いた対象物の把握・操りと接触点の制御, 計測自動制御学会論文誌, **40**-1, 70/79 (2004)
- 7) 中島, 長瀬, 早川, 三田：自由度が制限された 2 指ハンドによる転がり接触を用いた対象物の把握・操りと接触点の同時制御, 計測自動制御学会論文誌, **41**-6, 481/490 (2005)
- 8) M.W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar: Robot Modeling and Control, John Wiley & Sons, Inc., 119/161 (2006)
- 9) 児玉, 須田：システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会, 203/227 (1995)
- 10) 吉川恒夫：把持と操りの基礎理論 2. 指先力：日本ロボット学会誌, **14**-1, 48/54 (1996)
- 11) T. Yoshikawa and K. Nagai: Manipulating and Grasping Forces in Manipulation by Multifingered Robot Hands, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **7**-1, 67/77 (1991)
- 12) C.D. Meyer: Matrix Analysis and Applied Linear Algebra, The Society for Industrial and Applied Mathematics, 269/458 (2000)

#### 《付 録》

##### A. $Q_2 K_{A_o^T}$ の行フルランク性

本節では、(35) 式右辺の係数行列  $Q_2 K_{A_o^T} \in \mathbb{R}^{(9-m) \times 3}$  が、行フルランクであることを示す。2.3 節で述べたように、 $m \geq 6$  であるので、 $Q_2$  の行の数  $9 - m$  は最大で 3 である。以下では、特に、 $9 - m = 3$  の場合について述べるが、 $9 - m = 2, 1$  の場合も、 $Q_2$  の行のサイズを減らすことで同様の議論が展開できる。

$Q_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 9}$ ,  $K_{A_o^T} \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$  の各行および各列を

$$Q_2 = \begin{bmatrix} q_1^T \\ q_2^T \\ q_3^T \end{bmatrix}, K_{A_o^T} = [k_1 \ k_2 \ k_3] \quad (A.1)$$

のように分割する。各行列の導入過程より、 $Q_2, K_{A_o^T}$  は、それぞれ、行フルランク、および、列フルランクであり、また、 $K_{A_o^T}$  の各列が  $A_o^T$  の零化空間を張ること ( $\text{span}(k_1, k_2, k_3) = \mathcal{N}(A_o^T)$ )、ならびに、 $Q_2 A_o = 0$  より、 $q_1, q_2, q_3 \in \mathcal{N}(A_o^T)$  が成立する。

(A.1) 式の表現を用いれば、 $Q_2 K_{A_o^T}$  の成分は、

$$Q_2 K_{A_o^T} = \begin{bmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ x_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^T k_1 & q_1^T k_2 & q_1^T k_3 \\ q_2^T k_1 & q_2^T k_2 & q_2^T k_3 \\ q_3^T k_1 & q_3^T k_2 & q_3^T k_3 \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

のように表現できる。 $Q_2 K_{A_o^T}$  の第  $k$  行  $x_k^T \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$  の各成分が、 $q_k \in \mathcal{N}(A_o^T)$  の  $k_1, k_2, k_3$  への投影であること、ならびに、 $\text{span}(k_1, k_2, k_3) = \mathcal{N}(A_o^T)$  であることに注意すれば、その成分のすべては 0 とはならないので、 $x_k^T \neq 0$  である。したがって、(A.2) 式が行フルランクでなくなるのは、 $x_k^T$  の 1 次結合

$$\sum_{k=1}^3 a_k x_k^T = \left( \sum_{k=1}^3 a_k q_k \right)^T [k_1 \ k_2 \ k_3] \quad (A.3)$$

(( $a_1, a_2, a_3$ )  $\neq (0, 0, 0)$ ) が 0 となる場合のみである。ところが、(A.3) 式右辺の 1 番目の項の括弧内のベクトルは、 $q_k \in \mathcal{N}(A_o^T)$  より  $\sum_{k=1}^3 a_k q_k \in \mathcal{N}(A_o^T)$  であり、また、 $Q_2$  の行フルランク性より  $\sum_{k=1}^3 a_k q_k \neq 0$  を満たす。一方、右辺 2 番目の項を構成する行列の列は、 $\text{span}(k_1, k_2, k_3) = \mathcal{N}(A_o^T)$  を満たす。したがって、 $\sum_{k=1}^3 a_k x_k^T \neq 0$  である。以上より、 $x_k^T$  ( $k = 1, 2, 3$ ) は 1 次独立であり、 $Q_2 K_{A_o^T}$  は行フルランクである。

#### [著 者 紹 介]

##### 長 瀬 賢 二 (正会員)



1998 年名古屋大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年名古屋大学工学研究科助手。2005 年和歌山大学システム工学部助教授、2007 年より准教授。振動の制御、ロボットの制御などの研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会などの会員。工学博士。

##### 藤 田 健 次



2008 年和歌山大学システム工学部卒業。2010 年和歌山大学システム工学研究科博士前期課程修了。同年、株式会社京都製作所に入社、現在に至る。在学中は、多指ハンドロボットの制御の研究に従事。